Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería 2005
Granada, 4 a 7 de julio, 2005

FORMULACIONES NUMÉRICAS PARA EL CÁLCULO, DISEÑO Y EVALUACIÓN DE LA SEGURIDAD DE LAS REDES DE TIERRA DE INSTALACIONES ELÉCTRICAS

I. Colominas, F. Navarrina y M. Casteleiro[*]

[*] GMNI — Grupo de Métodos Numéricos en Ingeniería,
Depto. de Métodos Matemáticos y de Representación, Universidad de A Coruña,
E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos
Campus de Elviña, 15071 A Coruña, España
e-mail: icolominas@udc.es, web: http://caminos.udc.es/gmni

Palabras clave: Tomas de tierra, Método de Elementos de Contorno, Modelos de Terreno Multicapa, Potenciales transferidos.

Resumen. *La determinación de los niveles de potencial en la superficie del terreno cuando tiene lugar una derivación de corriente es fundamental en el cálculo y diseño de redes de tierras de subestaciones eléctricas.*

En el presente trabajo se presenta una formulación numérica del método de elementos de contorno para el análisis de un problema común en la ingeniería eléctrica, como es la existencia de potenciales transferidos en una instalación de puesta a tierra. La transferencia de potenciales entre la zona puesta a tierra y puntos exteriores de la misma a través de conductores enterrados tales como circuitos de comunicación, neutros, tuberías, raíles o cierres periféricos metálicos, puede producir serios problemas de seguridad. En este artículo se analizan y calculan problemas de potenciales inducidos por tomas de tierras de subestaciones considerando modelos de terreno no uniformes y concretamente estratificados en dos capas. Así, en primer lugar se resume brevemente la formulación numérica empleada y el modelo bicapa considerado y se presenta el análisis del problema de transferencia de potenciales. Finalmente, se muestran algunos ejemplos haciendo uso de la geometría real de una red de tierras de una subestación eléctrica considerando diversos tipos de modelo de terreno.

1. INTRODUCCIÓN

Los principales objetivos de un sistema de tierras de una instalación eléctrica son los de garantizar la integridad de los equipos y asegurar la continuidad del suministro de electricidad, y salvaguardar que una persona que se encuentre en las proximidades de la instalación no pueda sufrir una descarga eléctrica peligrosa. Para estos fines, la resistencia equivalente del sistema de tierras debe ser lo suficientemente baja para que las corrientes de fallo se disipen principalmente en el terreno a través del sistema de tierras, en tanto que las mayores diferencias de potencial entre puntos en los que una persona pueda estar en contacto deben ser inferiores a determinados límites máximos establecidos por las normativas de seguridad de este tipo de instalaciones (tensiones de malla, tensiones de paso y tensiones de contacto) [1, 2].

Desde los años sesenta se han propuesto un gran número de métodos para el cálculo y análisis de este tipo de instalaciones, la mayor parte basados en consideraciones de tipo práctico o en ideas intuitivas [3]. Aunque estas técnicas supusieron un notable avance se han constatado numerosos inconvenientes, tales como sus limitaciones en cuanto al número máximo de conductores de la red de tierras, su disposición y el tamaño de la instalación a proteger [1], o los elevados requerimientos computacionales, los resultados poco realistas que se obtienen al incrementar la discretización de los electrodos, y la incertidumbre en el margen de error [4].

En los últimos años, los autores del presente artículo han desarrollado una formulación numérica basada en el método de elementos de contorno para el análisis de redes de tierra con modelos de terreno isótropo y homogéneo. Muchos de los métodos intuitivos empleados en la práctica se ha podido identificar como casos particulares de esta formulación general [5, 6]. De esta forma se ha podido explicar matemáticamente el comportamiento asintótico anómalo de esos métodos, se han establecido las fuentes de error y cómo subsanarlas y se han propuesto nuevas formulaciones numéricas más eficientes y precisas para la resolución de este tipo de problemas [5, 6]. Esta formulación se ha aplicado con éxito al análisis de tomas de tierra reales de grandes instalaciones eléctricas con un coste computacional perfectamente asumible tanto en tiempo de cálculo como de requerimientos de memoria [5, 7].

Asimismo, esta formulación de elementos de contorno se ha generalizado para el análisis de redes de tierra en terrenos estratificados, tanto vertical como horizontalmente [8] pudiéndose resolver casos de gran interés práctico en la ingeniería eléctrica: terreno con conductividad uniforme, terreno con nivel freático a profundidad conocida, terreno con capa superior de diferente conductividad debido al relleno posterior a la colocación de la red de tierra, terreno con cambio de propiedades en planta, terreno retenido por un muro vertical, entre otros..

En este artículo se presenta una metodología numérica basada en el método de elementos de contorno para abordar el análisis de un importante problema de aplicación en ingeniería eléctrica como es la existencia de potenciales transferidos en una instalación de puesta a tierra considerando diversos tipos de modelos de terreno.

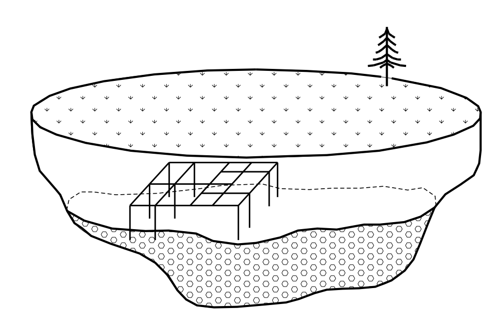


Figura 1. Esquema de un modelo de terreno de dos capas.

2. MODELO MATEMÁTICO DEL PROBLEMA FÍSICO

El problema asociado a la disipación de corriente eléctrica en el suelo se puede modelizar mediante la Teoría del Electromagnetismo de Maxwell [10]. Así, restringiendo el estudio a la obtención de la respuesta electrocinética en estado estacionario [1, 6], y considerando que la resistencia eléctrica interna de los electrodos que forman la red de tierras es despreciable (por tanto el potencial se asume constante en la superficie de los electrodos), las ecuaciones que rigen la derivación de corriente vienen dadas por

$$\mathrm{div}(\boldsymbol{\sigma}) = 0,\ \boldsymbol{\sigma} = -\boldsymbol{\gamma}\,\mathbf{grad}(V) \text{ en } E;\ \ \boldsymbol{\sigma}^t\boldsymbol{n}_E = 0 \text{ en } \Gamma_E; V = V_\Gamma \text{ en } \Gamma; V \to 0, \text{ si } |\boldsymbol{x}| \to \infty \quad (1)$$

siendo E el terreno, $\boldsymbol{\gamma}$ su tensor de conductividad, Γ_E la superficie del terreno, $\boldsymbol{n}_E$ su versor normal unitario exterior y Γ la superficie de los electrodos [6]. En consecuencia, cuando el electrodo de tierra adquiere un potencial V_Γ conocido (llamado “Sobretensión de Tierra” o GPR, por las siglas del nombre en inglés: *Ground Potential Rise*), la solución de (1) permite obtener el potencial V y la densidad de corriente $\boldsymbol{\sigma}$ en cualquier punto $\boldsymbol{x}$. Asimismo, se pueden obtener la densidad de corriente de pérdida σ que emana de un punto de Γ ($\sigma = \boldsymbol{\sigma}^t\boldsymbol{n}$, siendo $\boldsymbol{n}$ el versor normal exterior a Γ), la resistencia equivalente del sistema y la intensidad total de corriente [6].

El modelo de suelo más frecuentemente considerado en los métodos propuestos para análisis de redes de tierra es el de suelo homogéneo e isótropo, donde el tensor de conductividad $\boldsymbol{\gamma}$ es sustituido por un escalar γ. Esta hipótesis no introduce errores significativos cuando la conductividad del terreno varía poco en las cercanías de la red de tierra o con la profundidad. Sin embargo, cuando las propiedades eléctricas del suelo varían significativamente (por la naturaleza del material o por su humedad), se han de emplear modelos de terreno más sofisticados. Estos métodos consistirán en la simplificación de todas las variaciones de las propiedades a una clasificación del suelo por capas o estratos. Suele aceptarse que modelos de 2 capas (figura 1) deberían ser suficientes para modelizar casos en los que ocurra esto [1].

Generalizando, en la hipótesis de un modelo de suelo estratificado en C capas de diferentes conductividades, el problema matemático puede ser escrito en términos del siguiente problema exterior de Neumann [8]:

$$\mathrm{div}(\boldsymbol{\sigma}_c) = 0,\ \boldsymbol{\sigma}_c = -\gamma_c\,\mathbf{grad}(V_c) \text{ en } E_c,\ 1 \le c \le C;$$
$$\boldsymbol{\sigma}_1^t\boldsymbol{n}_E = 0 \text{ en } \Gamma_E, V_b = 1 \text{ en } \Gamma;\quad V_c \to 0 \text{ si } |\boldsymbol{x}| \to \infty,\ \boldsymbol{\sigma}_c^t\boldsymbol{n}_c = \boldsymbol{\sigma}_{c+1}^t\boldsymbol{n}_c \text{ en } \Gamma_c,\ 1 \le c \le C-1 \quad (2)$$

donde b denota la capa en que está embebido el electrodo, E_c es cada una de las capas de suelo, γ_c es su conductividad escalar, V_c es el potencial en un punto arbitrario de una capa E_c, $\boldsymbol{\sigma}_c$ es su correspondiente densidad de corriente, Γ_c es la superficie entre las capas E_c and E_{c+1}, y $\boldsymbol{n}_c$ es el vector normal a Γ_c [8]. Dado que el problema es lineal, la condición de contorno $V = V_\Gamma$ en Γ puede sustituirse por el valor unitario $V_b = 1$ en Γ, y posteriormente escalar los resultados.

La geometría específica de las redes de tierra en la práctica (electrodos con relaciones diámetro/longitud muy pequeñas, $\sim 10^{-3}$) complica enormemente la modelización del problema, siendo absolutamente imposible la obtención de soluciones analíticas y haciendo computacionalmente inviable el empleo de técnicas de discretización del dominio tridimensional como el método de elementos finitos o de diferencias finitas.

Por ello, se han considerado otros métodos numéricos que sólo requieran la discretización de los contornos (en este caso, las paredes de los electrodos), por lo que es necesario en primer lugar obtener una expresión integral para el potencial V en términos de incógnitas definidas en el contorno [6, 8]. Así, la aplicación del "método de las imágenes" y de la Identidad de Green al problema (2) conduce a la siguiente expresión integral [1] para el potencial $V_c(\boldsymbol{x}_c)$ en un punto arbitrario $\boldsymbol{x}_c \in E_c$, en términos de la densidad de corriente emanada $\sigma(\boldsymbol{\xi})$ ($\sigma = \boldsymbol{\sigma}^t\boldsymbol{n}$, donde $\boldsymbol{n}$ es el vector normal exterior a Γ) de cualquier punto $\boldsymbol{\xi}$ de la superficie del electrodo $\Gamma \subset E_b$:

$$V_c(\boldsymbol{x_c}) = \frac{1}{4\pi\gamma_b} \int\int_{\boldsymbol{\xi}\in\Gamma} k_{bc}(\boldsymbol{x}_c, \boldsymbol{\xi})\, \sigma(\boldsymbol{\xi}) d\Gamma, \;\; \forall \boldsymbol{x}_c \in E_c, \tag{3}$$

donde los núcleos integrales $k_{bc}(\boldsymbol{x}_c, \boldsymbol{\xi})$ están formados por series de términos correspondientes a las imágenes obtenidas cuando el problema exterior de Neumann (2) es transformado en uno de Dirichlet por el método de las imágenes [1, 9]. El número de sumandos de estas series será finito o infinito dependiendo del modelo de suelo empleado.

Para el modelo de suelo uniforme ($C = 1$), el número de sumandos es 2, ya que sólo hay una imagen de la malla original [6]:

$$k_{11}(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{\xi}) = \frac{1}{r(\boldsymbol{x}_1, [\xi_x, \xi_y, \xi_z])} + \frac{1}{r(\boldsymbol{x}_1, [\xi_x, \xi_y, -\xi_z])}, \tag{4}$$

donde $r(\boldsymbol{x}_1, [\xi_x, \xi_y, \xi_z])$ indica la distancia de $\boldsymbol{x}_1$ a $\boldsymbol{\xi} \equiv [\xi_x, \xi_y, \xi_z]$, siendo el punto $[\xi_x, \xi_y, -\xi_z]$ el simétrico de $\boldsymbol{\xi}$ con respecto a la superficie del terreno Γ_E. Se asume que el origen de coordenadas está en la superficie del terreno y el eje z es perpendicular a Γ_E.

Para el modelo de suelo de dos capas, el número de sumandos de las series es infinito:

$$\begin{aligned} k_{11}(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{\xi}) = & \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\kappa^i}{r(\boldsymbol{x}_1, [\xi_x, \xi_y, 2iH + \xi_z])} + \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\kappa^i}{r(\boldsymbol{x}_1, [\xi_x, \xi_y, 2iH - \xi_z])} \\ & + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\kappa^i}{r(\boldsymbol{x}_1, [\xi_x, \xi_y, -2iH + \xi_z])} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\kappa^i}{r(\boldsymbol{x}_1, [\xi_x, \xi_y, -2iH - \xi_z])}; \end{aligned}$$

$$k_{12}(\boldsymbol{x}_2,\boldsymbol{\xi}) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(1+\kappa)\kappa^i}{r(\boldsymbol{x}_2,[\xi_x,\xi_y,-2iH+\xi_z])} + \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(1+\kappa)\kappa^i}{r(\boldsymbol{x}_2,[\xi_x,\xi_y,-2iH-\xi_z])};$$

$$k_{21}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{\xi}) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(1-\kappa)\kappa^i}{r(\boldsymbol{x}_1,[\xi_x,\xi_y,-2iH+\xi_z])} + \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(1-\kappa)\kappa^i}{r(\boldsymbol{x}_1,[\xi_x,\xi_y,2iH-\xi_z])};$$

$$k_{22}(\boldsymbol{x}_2,\boldsymbol{\xi}) = \frac{1}{r(\boldsymbol{x}_2,[\xi_x,\xi_y,\xi_z])} - \frac{\kappa}{r(\boldsymbol{x}_2,[\xi_x,\xi_y,2H+\xi_z])} + \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(1-\kappa^2)\kappa^i}{r(\boldsymbol{x}_2,[\xi_x,\xi_y,-2iH+\xi_z])} \tag{5}$$

donde $r(\boldsymbol{x},[\xi_x,\xi_y,\xi_z])$ indica la distancia de $\boldsymbol{x}$ a $\boldsymbol{\xi}$. Los otros términos corresponden a las distancias de $\boldsymbol{x}$ al punto simétrico de $\boldsymbol{\xi}$ con respecto a la superficie del terreno Γ_E y a la frontera entre las capas. H es el espesor de la capa superior. Se asume que el origen de coordenadas está sobre la superficie del terreno y que el eje z es perpendicular a Γ_E. El cociente κ se define a partir de las conductividades de las capas:

$$\kappa = \frac{\gamma_1-\gamma_2}{\gamma_1+\gamma_2} \tag{6}$$

Con carácter general, es posible expresar el núcleo integral $k_{bc}(\boldsymbol{x}_c,\boldsymbol{\xi})$ en la forma

$$k_{bc}(\boldsymbol{x}_c,\boldsymbol{\xi}) = \sum_{l=0}^{l_k} k_{bc}^l(\boldsymbol{x}_c,\boldsymbol{\xi}), \quad k_{bc}^l(\boldsymbol{x}_c,\boldsymbol{\xi}) = \frac{\psi^l(\kappa)}{r(\boldsymbol{x}_c,\boldsymbol{\xi}^l(\boldsymbol{\xi}))}, \tag{7}$$

donde ψ^l es un coeficiente de ponderación que depende sólo del cociente κ dado por (6), y $r(\boldsymbol{x}_c,\boldsymbol{\xi}^l(\boldsymbol{\xi}))$ es la distancia euclídea entre los punto $\boldsymbol{x}_c$ y $\boldsymbol{\xi}^l$, siendo $\boldsymbol{\xi}^0$ el punto $\boldsymbol{\xi}$ sobre la superficie del electrodo ($\boldsymbol{\xi}^0(\boldsymbol{\xi})=\boldsymbol{\xi}$), y siendo $\boldsymbol{\xi}^l$ ($l\neq 0$) las imágenes de $\boldsymbol{\xi}$ con respecto a la superficie del terreno y a las fronteras entre capas [8, 9]. Finalmente, l_k es el número de sumandos de las series de núcleos integrales, que depende del modelo de suelo que se haya considerado.

En resumen, a partir de la expresión (3) es posible determinar el potencial eléctrico en un punto arbitrario $\boldsymbol{x}_c$ si se conoce la densidad de corriente emanada de los electrodos, σ. Y a partir de σ se pueden calcular la corriente total emanada de la red de tierra, su resistencia equivalente y la mayoría de los parámetros de seguridad que caracterizan una red de tierras [1, 6].

Dado que la expresión integral (3) se verifica también sobre la superficie de los electrodos Γ en la que el valor del potencial es conocido por la condición de contorno ($V_b(\boldsymbol{\chi})=1, \forall\boldsymbol{\chi}\in\Gamma$), la densidad de corriente de pérdida σ debe satisfacer la ecuación integral de Fredholm de primera clase definida en Γ

$$\frac{1}{4\pi\gamma_b}\iint_{\boldsymbol{\xi}\in\Gamma} k_{bb}(\boldsymbol{\chi},\boldsymbol{\xi})\sigma(\boldsymbol{\xi})\,d\Gamma = 1, \qquad \forall\boldsymbol{\chi}\in\Gamma, \tag{8}$$

que puede escribirse en términos de una forma variacional mediante la ecuación integral

$$\iint_{\boldsymbol{\chi}\in\Gamma} w(\boldsymbol{\chi}) \left(\frac{1}{4\pi\gamma_b} \iint_{\boldsymbol{\xi}\in\Gamma} k_{bb}(\boldsymbol{\chi},\boldsymbol{\xi})\sigma(\boldsymbol{\xi})\, d\Gamma - 1 \right) d\Gamma = 0, \quad (9)$$

si se impone que se satisfaga la ecuación (3) en el sentido de residuos ponderados para todos los miembros w de una determinada clase de funciones de test $w(\boldsymbol{\chi})$ definidas en Γ [6, 8].

Es obvio que una formulación basada en el Método de Elementos de Contorno parece la mejor elección para resolver esta forma variacional [6].

3. FORMULACIÓN NUMÉRICA DE ELEMENTOS DE CONTORNO

El punto de partida del desarrollo de la formulación numérica lo constituye la discretización de la densidad de corriente de pérdida σ y la superficie de los electrodos Γ, dados un conjunto de $\mathcal{N}$ funciones de prueba definidas en Γ, un conjunto de $\mathcal{M}$ elementos de contorno 2D y un conjunto de $\mathcal{N}$ funciones de test definidas en Γ [5, 6].

De este modo es posible obtener las versiones discretizadas del potencial (3) y de la ecuación integral (9), así como una solución aproximada al problema mediante la resolución de un sistema de ecuaciones lineales, como es usual en los modelos de elementos de contorno y elementos finitos [5, 6]. No obstante, para el cálculo de los coeficientes de la matriz del sistema de ecuaciones resultante (que es una matriz llena) se requiere integrar dos veces en dominios bidimensionales (la superficie de los electrodos Γ), siendo además muy elevado el número total de grados de libertad cuando se analiza un problema de interés práctico. Todo ello se complica aún más si los núcleos integrales vienen dados por series de infinitos sumandos ya que es preciso realizar un altísimo número de evaluaciones de éstos. Por todo ello, se hace necesario introducir hipótesis adicionales que permitan reducir la complejidad del problema [5, 8].

La formulación numérica final de elementos de contorno 1D (“BEM1D”) propuesta por los autores es la resultante de asumir que la densidad de corriente es uniforme a lo largo del perímetro de la sección transversal de los conductores, no tener en cuenta los efectos de disipación de corriente en los extremos y uniones entre los conductores de la red de tierras, y aproximar las distancias que intervienen en los núcleos integrales en términos de las distancias entre las proyecciones de los puntos sobre el eje de los electrodos. De hecho esta hipótesis es consecuencia de integrar mediante una cuadratura de Newton-Cotes las integrales circunferenciales que se obtienen al introducir la hipótesis de uniformidad circunferencial de la densidad de corriente de pérdida [5, 6]. Con estas hipótesis, el cálculo de los coeficientes de la matriz del sistema de ecuaciones resultante requiere ahora integrar dos veces en dominios unidimensionales (los ejes de los electrodos), siendo el número total de grados de libertad mucho menor que en el modelo 2D. Además, el grupo de investigación al que pertenecen los autores del presente artículo ha desarrollado el cálculo analítico de las integrales que intervienen en esta formulación, reduciendo así aún más el esfuerzo computacional necesario [5, 6].

La diferente selección de tipos de funciones de prueba y de test en el planteamiento numérico 1D permite desarrollar formulaciones específicas, e identificar los métodos intuitivos y de tipo práctico empleados en el cálculo de tierras como casos particulares de la formulación general de

elementos de contorno, con lo que es posible explicar desde un punto de vista matemáticamente riguroso los problemas encontrados con la aplicación de estos métodos [5]. El resultado es una formulación numérica rigurosa y bien fundamentada con unos requisitos computacionales perfectamente asequibles, tanto en tiempo de computación como en memoria, para el análisis y diseño de sistemas de puesta a tierra de grandes instalaciones eléctricas pudiéndose considerar diferentes modelos de terrenos [6, 8].

Este formulación numérica de elementos de contorno será la base para el cálculo de las redes de tierra y el análisis de los potenciales inducidos.

4. ANÁLISIS DE POTENCIALES DE TIERRA TRANSFERIDOS

Se denomina "transferencia de potenciales de tierra" al fenómeno por el que un potencial de tierra de una instalación aparece en otra parte [13]. En circunstancias de fallo, la malla de tierra de una subestación eléctrica puede adquirir un potencial de miles de voltios. Este nivel de potencial (o una fracción del mismo) puede ser transferido a otras zonas, incluso fuera de la propia instalación eléctrica, por conductores enterrados tales como tuberías metálicas, raíles, cierres metálicos, etc. Es evidente que esta circunstancia puede producir serios daños y debe ser evitada para garantizar la seguridad de las personas e incluso de animales que se encuentren en las inmediaciones y asegurar la integridad de otros equipos eléctricos o electrónicos [14].

La importancia de este problema radica en las elevadas diferencias de potencial que se producen en zonas inesperadas. El principal peligro suele ser del tipo "potencial de contacto", esto es, cuando una persona situada en una zona alejada de la instalación eléctrica toca un conductor conectado a la red de tierras, o toca un conductor no directamente unido a la red de tierras pero con un elevado nivel de voltaje producido por una transferencia de potenciales de tierra.

En la mayor parte de los casos, la diferencia de potencial es suficientemente baja para constituir un serio peligro para las personas o animales. Sin embargo, la presencia de gradientes de potencial sobre la superficie del terreno puede producir daños a personas sensibles (como niños) o afectar a los animales. Por otra parte, la presencia de estos potenciales transferidos a través de conductores enterrados puede producir el funcionamiento anómalo de los equipos electrónicos o distorsiones en los instrumentos de medición , para los que pueden adoptarse medidas específicas [1, 14, 16].

En general, pueden considerarse dos casos principales de potenciales transferidos: **a)** la transferencia de la Sobretensión de Tierra (*Ground Potential Rise, GPR*) a puntos distantes de las instalación por medio de un conductor unido directamente a la red de tierras; y **b)**, la transferencia de una fracción del GPR a puntos alejados de la instalación debido a la presencia de conductores próximos a la red de tierras pero no conectados directamente a ella. En ambos casos, la distribución del potencial en la superficie del terreno se modificará significativamente, lo que puede dar lugar a un serio problema de seguridad cuando afecta a zonas no protegidas [13].

Aunque es evidente que el mejor modo de tratar estos problemas es evitando los potenciales de tierra transferidos, ello no siempre es posible. Por ejemplo, en grandes subestaciones eléctricas a menudo existen raíles para la instalación de los transformadores y otros grandes equipos que frecuentemente se extienden fuera de la subestación y pueden ser elementos que transfieran

potenciales de tierra a puntos lejanos de la instalación eléctrica durante una situación de fallo [17].

Los métodos que se emplean para prevenir estos peligrosos potenciales (por ejemplo, el uso de juntas aislantes o la retirada de algunos tramos de los raíles) están basados generalmente en la experiencia profesional, en cálculos muy aproximados y, en algunas ocasiones, en mediciones experimentales [1, 14, 16, 17, 18]. En la actualidad, el desarrollo de métodos computacionales para el cálculo de las redes de tierra permite una determinación precisa de los potenciales de tierra transferidos. A continuación se propone una metodología para el análisis de estos potenciales basado en una formulación numérica de elementos de contorno.

5. CÁLCULO DE POTENCIALES TRANSFERIDOS

De los dos casos principales de potenciales transferidos, el que corresponde a la conexión eléctrica directa entre la red de tierras y los conductores adicionales no implica cambios significativos en la formulación numérica, ya que dichos conductores actúan formalmente como parte de la red de tierras [5].

Sin embargo, si no hay interconexión entre la red de tierras y los conductores adicionales, el análisis de los potenciales transferidos es más complicado ya que dichos conductores adquieren un cierto nivel de potencial (una fracción del GPR) por su proximidad a la red de tierras que es desconocido *a priori*. Por consiguiente, es preciso obtener dicho potencial, así como los restantes parámetros que caracterizan el sistema: la distribución de potencial en superficie, los potenciales de paso y contacto, la resistencia equivalente, etc.

La idea fundamental para resolver este problema consiste en considerar que la malla de electrodos de tierra (que adquiere el potencial dado por el GPR) es una “malla activa” (que disipa al terreno una intensidad de tierra desconocida I_G), mientras que los conductores adicionales responsables de la tranferencia de potenciales (que adquieren una fracción desconocida del potencial dado por el GPR) constituyen una “malla pasiva” (de la que no emana corriente al terreno). La importancia de estos potenciales transferidos obviamente disminuirá si la “malla pasiva” está alejada de la “malla activa”., y sus efectos serán locales; no obstante, en general se pueden producir diferencias de potencial no despreciables en la superficie del terreno en zonas en los que no se esperan, incluso fuera del recinto de la instalación eléctrica.

El análisis de los potenciales transferidos desde la “malla activa” a la “malla pasiva” se puede llevar a cabo por superposición de estados elementales, dado el carácter lineal de las ecuaciones que gobiernan el fenómeno de la disipación de corriente eléctrica en un medio. Los dos estados elementales que se pueden considerar son: **estado 1)** la “malla activa” con una sobretensión de 1 V y la “malla pasiva” a 0 V; y **estado 2)** la “malla activa” con una sobretensión de 0 V y la “malla pasiva” a 1 V. Establecidos estos valores unitarios de potencial en los distintos electrodos se puede aplicar la formulación numérica de elementos de contorno presentada en las secciones anteriores y calcular para cada estado elemental las intensidades de corriente totales que fluyen por unidad de voltaje para cada “malla”: i_{A1}, i_{A2}, i_{P1} y i_{P2} (donde “A” se refiere a la “malla activa”, “P” denota la “malla pasiva”, y los números indican cada estado elemental).

En el estado final la “malla activa” adquiere un potencial igual al GPR de la instalación y la

Tabla 1. Red de Tierras: Características

Datos	
Número de electrodos:	408
Diámetro de los electrodos:	12.85 mm
Profundidad de la malla:	0.80 m
Dimensiones máximas de la red:	145×90 m^2
Sobretensión de Tierra (GPR):	10 kV

“malla pasiva” adquiere un potencial constante desconocido (esto es, la fracción λ del GPR). En consecuencia, este estado final se obtendrá de la superposición de los estados elementales previos: el estado **1)** ponderado por el GPR de la “malla activa” (V_Γ); y el estado **2)** ponderado por la fracción λ del GPR (V_Γ).

Finalmente, el coeficiente λ y la intensidad de corriente total que se deriva al terreno I_G se puede calcular imponiendo que la descarga de corriente se produce solamente en la “malla activa” (las corrientes de fallo se derivan únicamente por la toma de tierra) e imponiendo a su vez que no se deriva corriente por la “malla pasiva” (ya que no hay unión eléctrica entre estos conductores y los de la red de tierras) [5]. En consecuencia, hay que resolver el sistema

$$\begin{aligned} I_G &= V_\Gamma \, i_{\mathrm{A1}} + \lambda V_\Gamma \, i_{\mathrm{A2}} \\ 0 &= V_\Gamma \, i_{\mathrm{P1}} + \lambda V_\Gamma \, i_{\mathrm{P2}}. \end{aligned} \qquad (10)$$

Una vez se conocen la intensidad de tierra I_G y la fracción λ, es posible calcular la distribución de potencial en cualquier punto de la superficie del terreno y la resistencia equivalente del sistema, así como las tensiones de paso y de contacto en cualquier punto de la instalación eléctrica o de sus alrededores. La extensión de esta formulación para considerar la presencia de varias “mallas pasivas” es inmediata.

6. EJEMPLOS DE ANÁLISIS DE POTENCIALES TRANSFERIDOS CON DIFERENTES MODELOS DE TERRENO

La metodología expuesta se ha aplicado al análisis de los potenciales transferidos a raíles de ferrocarril próximos a la red de tierras de una subestación eléctrica. Con el fin de demostrar la viabilidad de la formulación a un caso práctico se ha elegido la geometría de la red de tierras de una subestación real formada por 408 conductores cilíndricos enterrados a una profundidad de 80 cm con una Sobretensión de Tierra (GPR) es de 10 kV (Tabla 1).

Asimismo en los ejemplos que se presentan se han considerado la presencia de raíles semienterrados en las proximidades de la red de tierras y cuyas características se indican en la Tabla 2.

En este artículo se han considerado tres tipos de modelos de terreno. En todos los casos que se presentan a continuación se ha empleado una formulación numérica de elementos de contorno 1D lineales.

El **modelo I** consiste en suponer que el terreno es uniforme, esto es isótropo y homogéneo,

Tabla 2. Raíles: Características

Datos	
Número de raíles:	2
Longitud de los raíles:	130 m
Distancia entre raíles:	1668 mm
Diámetro de los raíles:	94 mm
Profundidad:	100 mm

con una resistividad escalar aparente de 50 Ωm. La figura 2-A muestra la disposición en planta de los electrodos de la red de tierras, y la figura 2-B muestra la distribución de potenciales en la superficie del terreno cuando tiene lugar una derivación de corriente al mismo durante una situación de fallo. La resistencia equivalente es de 0.2623 Ω y la intensidad total de tierra de 38.12 kA.

La figura 2-C muestra la disposición en planta de los electrodos de la red de tierras y la localización de los raíles, y la figura 2-D muestra la distribución de potenciales en la superficie del terreno teniendo en cuenta que los raíles actúan de “mallas pasivas” y consecuentemente se produce transferencia de potenciales. La resistencia equivalente es de 0.2613 Ω y la intensidad total de tierra de 38.28 kA. El coeficiente λ de transferencia de potenciales es del 42.33 %.

El **modelo II** corresponde a un modelo de terreno de dos capas. El estrato superior tiene un espesor de 1.2 m y una resistividad escalar aparente de 50 Ωm y el estrato inferior una resistividad de 500 Ωm. La figura 3-A muestra la disposición en planta de los electrodos de la red de tierras, y la figura 3-B muestra la distribución de potenciales en la superficie del terreno cuando tiene lugar una derivación de corriente al mismo durante una situación de fallo. La resistencia equivalente es de 1.882 Ω y la intensidad total de tierra de 53.13 kA.

La figura 3-C muestra la disposición en planta de los electrodos de la red de tierras y la localización de los raíles, y la figura 3-D muestra la distribución de potenciales en la superficie del terreno con los raíles actuando de “mallas pasivas” y la consiguiente transferencia de potenciales. La resistencia equivalente es de 1.854 Ω y la intensidad total de tierra de 53.95 kA. El coeficiente λ de transferencia del GPR es del 25.58 %.

El **modelo III** corresponde a un modelo de terreno de dos capas. El estrato superior tiene un espesor de 1.2 m y una resistividad escalar aparente de 500 Ωm y el estrato inferior una resistividad de 50 Ωm. La figura 4-A muestra la disposición en planta de los electrodos de la red de tierras, y la figura 4-B muestra la distribución de potenciales en la superficie del terreno cuando tiene lugar una derivación de corriente al mismo durante una situación de fallo. La resistencia equivalente es de 0.4795 Ω y la intensidad total de tierra de 20.85 kA.

La figura 4-C muestra la disposición en planta de los electrodos de la red de tierras y la localización de los raíles, y la figura 4-D la distribución de potenciales en la superficie del terreno con los raíles como “mallas pasivas” y la correspondiente transferencia de potenciales. La resistencia equivalente es de 0.4793 Ω y la intensidad total de tierra de 20.86 kA. El coeficiente λ de transferencia del GPR es del 25.58 %.

Como es de esperar, *para un mismo modelo de terreno* es obvio que no hay diferencias significativas en la distribución de potenciales en la superficie del terreno (ni en las tensiones de paso ni de contacto) en el área que comprende la red de tierras de la subestación eléctrica tanto si se consideran los raíles como si no. Con respecto a la resistencia equivalente, hay muy ligeras diferencias dado que los raíles actúan como "mallas pasivas" y no son propiamente electrodos que disipen corriente al terreno. Antes al contrario, los raíles crean ciertos efectos de homogeneización de los niveles de potencial en algunas zonas así como importantes gradientes de potencial en otras. Obviamente, esta situación es sumamente peligrosa cuando dichos gradientes de potencial se producen en puntos alejados de la subestación eléctrica, o incluso fuera de la misma, en zonas en principio no protegidas por una red de tierras.

Si se comparan los resultados del análisis de la transferencia de potenciales *entre los distintos modelos de terreno* se observan importantes diferencias, tanto en la distribución de potenciales en la superficie del terreno como en los valores de la resistencia equivalente del sistema y la intensidad total de tierra. Estos análisis de potenciales transferidos considerando modelos de terreno estratificados son a juicio de los autores la primera vez que se llevan a cabo y ponen de manifiesto la gran importancia que tiene la correcta caracterización de la geometría y características resistivas del terreno, así como el disponer de una formulación numérica consistente y bien fundamentada para llevar a cabo los cálculos a pesar del aumento de coste computacional que pueden requerir.

7. CONCLUSIONES

En este artículo se ha revisado brevemente el modelo matemático del fenómeno físico que subyace a la disipación de corriente eléctrica en un terreno a través de una toma de tierra y se han resumido los aspectos más sobresalientes de la formulación numérica de elementos de contorno para modelos multicapa desarrollada por los autores para el análisis de este tipo de problemas. Asimismo se ha presentado por primera vez el análisis de potenciales transferidos de instalaciones eléctricas por la presencia de elementos conductores enterrados en las proximidades de una red de toma de tierras considerando modelos de terreno uniforme y bicapa.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por la SGPICT del Ministerio de Educación y Ciencia (#DPI2004-05156) cofinanciado con fondos FEDER, así como por la Secretaría Xeral de I+D de la Xunta de Galicia y por la Universidad de La Coruña mediante proyectos y becas de investigación.

REFERENCIAS

[1] IEEE Std.80, *IEEE Guide for safety in AC substation grounding.* New York, 1999.
[2] J.G. Sverak, W.K. Dick, T.H. Dodds, R.H. Heppe, Safe substation grounding, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* **100**, 4281-4290, (1981) y **101**, 4006-4023, (1982).

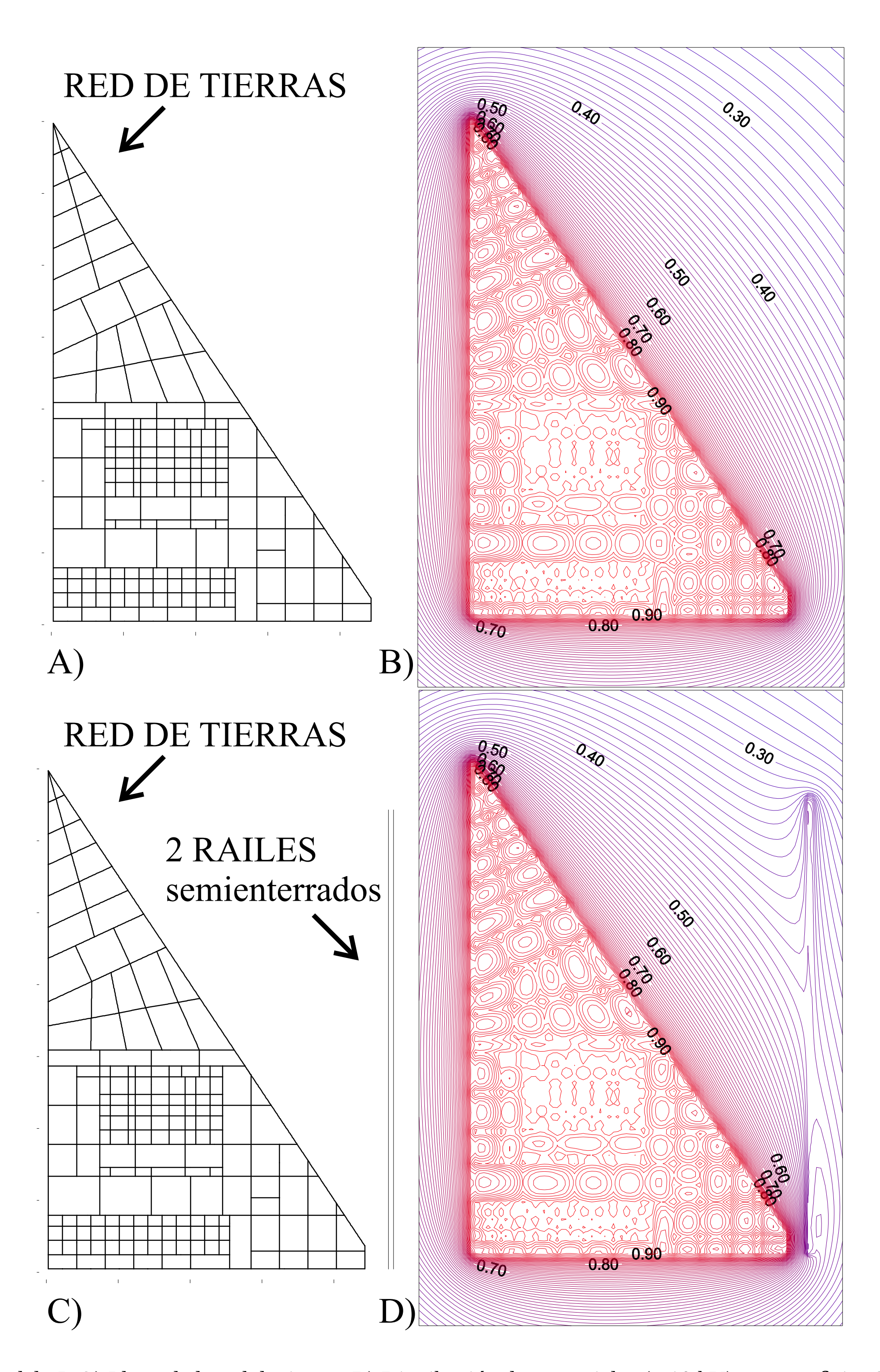


Figura 2. Modelo I: A) Plano de la red de tierras; B) Distribución de potenciales ($\times 10$ kV) en superficie; C) Plano de la red de tierras y de los raíles; D) Distribución de potenciales ($\times 10$ kV) en superficie.

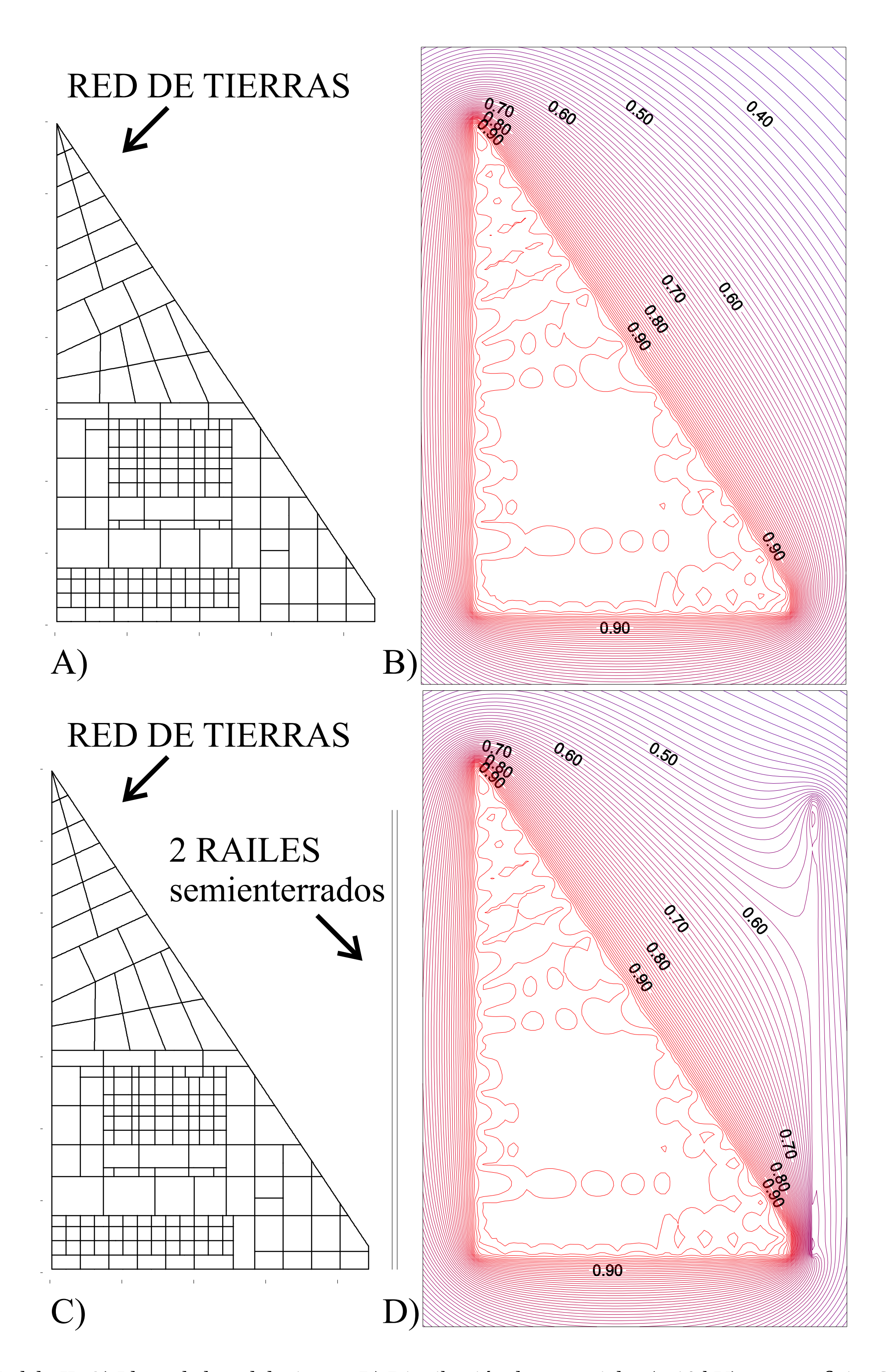


Figura 3. Modelo II: A) Plano de la red de tierras; B) Distribución de potenciales ($\times 10$ kV) en superficie; C) Plano de la red de tierras y de los raíles; D) Distribución de potenciales ($\times 10$ kV) en superficie.

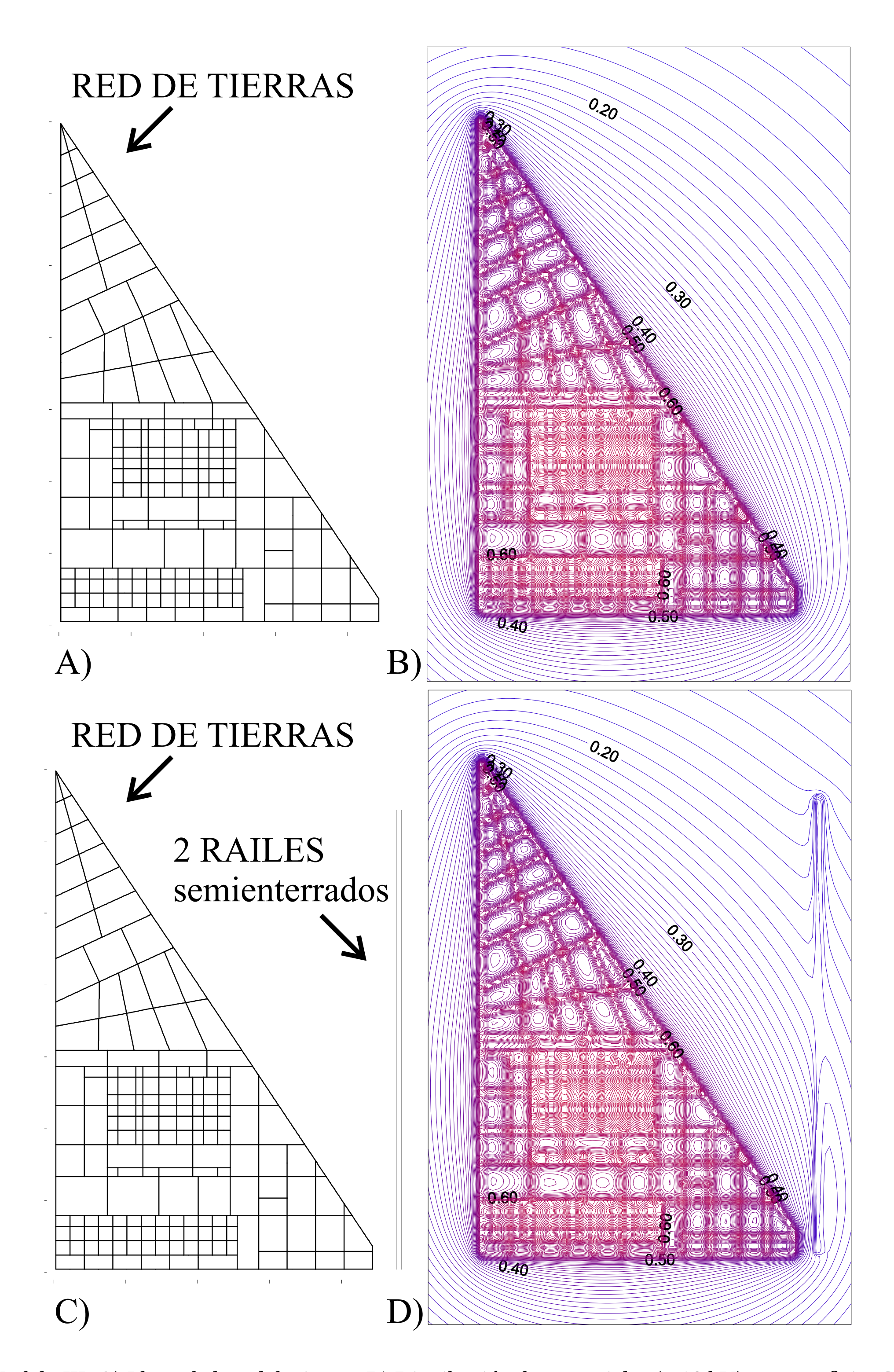


Figura 4. Modelo III: A) Plano de la red de tierras; B) Distribución de potenciales ($\times 10$ kV) en superficie; C) Plano de la red de tierras y de los raíles; D) Distribución de potenciales ($\times 10$ kV) en superficie.

[3] R.J. Heppe, Computation of potential at surface above an energized grid or other electrode, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* **98**, 1978-1988, (1979).

[4] D.L. Garrett, J.G. Pruitt, Problems encountered with the APM of analyzing substation grounding systems, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* **104**, 3586-3596, (1985).

[5] I. Colominas, *Cálculo y Diseño Asistido por Ordenador de tomas de tierra en instalaciones eléctricas: Una formulación numérica basada en el método integral de Elementos de Contorno.* Tesis Doctoral, ETSICCP, La Coruña, 1995.

[6] I. Colominas, F. Navarrina, M. Casteleiro, A boundary element numerical approach for grounding grid computation, *Computer Methods in Applied Mechanics in Engineering,* **174**, 73-90, (1999).

[7] M. Casteleiro, L.A. Hernández, I. Colominas, F. Navarrina, *Memoria y Manual de Usuario del Sistema TOTBEM de DAO de tomas de tierra de instalaciones eléctricas.* ETSICCP, La Coruña, 1994.

[8] I. Colominas, F. Navarrina, M. Casteleiro, A numerical formulation for grounding analysis in stratified soils, *IEEE Transactions on Power Delivery* **17**, 587-595, (2002).

[9] G.F. Tagg, *Earth Resistances*, Pitman, New York, 1964.

[10] E. Durand, *Électrostatique.* Masson, Paris, 1966.

[11] A.N.Kolmogorov, S.V.Fomin, *Introductory Real Analysis*, Dover Pub., USA, 1975.

[12] F. Navarrina, I. Colominas, M. Casteleiro, Why do computer methods for grounding analysis produce anomalous results?, *IEEE Transactions on Power Delivery* **18**, 1192-1202, (2003).

[13] Shipp D.D., Nichols N., Designing to avoid hazardous transferred earth potentials, *IEEE Transactions on Industry Applications,* **1A-18**, no. 4, (1982).

[14] IEEE Std. 142-1991, *IEEE Recommended practice for grounding of industrial and commercial power systems.* New York, (1996).

[15] Dick W.K., Winter D.F., Computation, measurement and mitigation of neutral-to-earth potentials on electrical distribution systems, *IEEE Transactions on Power Delivery,* **2**, no. 2, (1987).

[16] IEEE Std. 81-1983, *IEEE Guide for measuring earth resistivity, ground impedance and earth surface potentials of a ground system.* New York, (1983).

[17] Garrett D.L., Wallace K.A., A critical analysis of grounding practices for railroad tracks in electric utility stations, *IEEE Transactions on Power Delivery,* **8**, 90-96, (1993).

[18] IEEE Std. 665-1987, *IEEE Guide for generating station grounding.* New York, (1987).